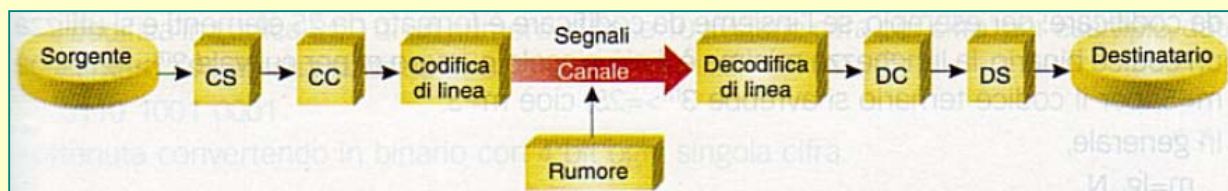


I codici rilevatori e correttori di errori

1

I codici rilevatori e correttori

Modello di un processo di comunicazione



2



In una trasmissione dati la stazione **mittente** aggiunge ai dati da trasmettere un **codice di controllo** per riconoscere se si sono verificati degli **errori durante la trasmissione**.

La stazione **ricevente** usa questo codice per **individuare ed eventualmente correggere** l'errore.

I **codici rilevatori** permettono soltanto di capire che i dati non sono corretti.

I **codici correttori** permettono non solo di capire che si è verificato un errore, ma anche di **individuare la posizione** dell'errore e quindi di **correggerlo**.

I **codici correttori** richiedono **molti più bit** dei **codici rilevatori** e quindi sprecano ampiezza di banda. Per questo di solito perciò si usano codici rilevatori.

3

• Codici ridondanti

Per consentire la **rilevazione** e la **correzione di errori**

si ricorre frequentemente a **codici ridondanti**

ovvero codici che **utilizzano un numero maggiore di bit rispetto al numero strettamente necessario** per codificare le informazioni dell'insieme sorgente.

Ad esempio:

m bit di dati (l'informazione da trasmettere)

r bit di controllo (**bit ridondanti**)



ciascuna parola del codice utilizza

$$n = m + r \text{ bit}$$

101001010110 Il codice **non è efficiente**: il 33% dei bit sono ridondanti

4

Codici ridondanti vengono usati per esempio:

- nei **sistemi di comunicazione**
 - nelle **operazioni di memorizzazione dei dati**.
- Nei **sistemi di comunicazione** ciò permette di verificare se le informazioni sono state trasmesse correttamente.
Se viene usato un codice rilevatore, in caso di errore bisogna chiedere al mittente di ritrasmettere le informazioni.
- In una **operazione di memorizzazione** l'errore si può verificare al momento della **scrittura** o della successiva **lettura** dei dati.
Se viene rilevato un errore si può ritentare la lettura, ma se l'errore si è verificato in scrittura il problema si può risolvere solo se è stato usato un codice correttore.

5

La cifra di controllo nell'ISBN-13

Il relativo algoritmo numerico è il seguente:

- Partendo da sinistra, **si moltiplica ogni cifra per un peso** in base alla posizione della cifra stessa: la prima cifra per **1**, la seconda per **3** la terza per **1** e così via.....
- **si sommano i risultati**
- **si divide la somma per 10** e si prende il **resto della divisione**
- **si sottrae il risultato da 10: questa cifra è la cifra di controllo**

Esempio: dato un codice **978-88-430-2534 ?**

$$9 \cdot 1 + 7 \cdot 3 + 8 \cdot 1 + 8 \cdot 3 + 8 \cdot 1 + 4 \cdot 3 + 3 \cdot 1 + 0 \cdot 3 + 2 \cdot 1 + 5 \cdot 3 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 3 = 117$$

$$\frac{117}{10} = 11 \quad \text{col resto di } 7$$

$$10 - 7 = 3 \quad \text{quindi } \mathbf{3} \text{ è la 13-esima cifra da aggiungere}$$

ISBN 978-88-430-2534 3

La **prova della correttezza** di un codice ISBN-13 si ottiene **rieseguendo il calcolo iniziale**, stavolta con tutte e 13 le cifre. Il risultato dell'addizione dovrà essere divisibile per 10.

$$9 \cdot 1 + 7 \cdot 3 + 8 \cdot 1 + 8 \cdot 3 + 8 \cdot 1 + 4 \cdot 3 + 3 \cdot 1 + 0 \cdot 3 + 2 \cdot 1 + 5 \cdot 3 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 3 + 3 \cdot 1 = 120$$

6

• Distanza di Hamming

Il numero di bit diversi tra due parole di codice viene detto **distanza di Hamming**.

Si può calcolare il numero di bit diversi facendo l'**or esclusivo** delle due stringhe e contando il numero di bit 1 del risultato.

Se due parole hanno distanza ***d*** significa che servono ***d* errori** per trasformare una nell'altra.

es.: le stringhe: **1011011** **1010010** hanno **distanza 2**
perché hanno solo 2 bit diversi

7

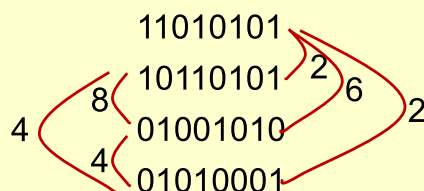
Calcolo della distanza di Hamming di un codice

Un codice è costituito da un insieme di parole "legali".

- Per ogni coppia di parole del codice si calcola la distanza di Hamming
- La **distanza minima** **D** tra le parole legali del codice è la **distanza di Hamming del codice**.

Esempio: codice con N=4 parole legali.

Il numero delle possibili coppie è dato dalle **combinazioni semplici** di N elementi presi a K a K (nel nostro caso K=2)



La distanza di Hamming del codice è **D=2**

$$\binom{N}{K} = \frac{N!}{K!(N-K)!}$$

8

La distanza di Hamming indica quanti errori si possono **rilevare** e quanti se ne possono **correggere**.

Teorema 1: condizione necessaria e sufficiente affinché un codice sia in grado di **rilevare k errori** è che la distanza di Hamming del codice sia:

$$D = k + 1;$$

Teorema 2: condizione necessaria e sufficiente affinché un codice sia in grado di **correggere k errori** è che la distanza di Hamming del codice sia:

$$D = 2k + 1;$$

Codici rilevatori

- **Bit di parità semplice** (pari o dispari)
- **Codice CRC** (a ridondanza ciclica)

Codici correttori

- **Bit di parità incrociata** (trasversale e longitudinale)
- **Codice di Hamming**